

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Московский государственный агроинженерный университет
имени В.П.Горячкина

Андреев С.А., Судник Ю.А.

АВТОМАТИКА

Задания и методические указания к выполнению контрольной работы для
студентов факультета заочного образования

Москва, 2008

УДК 731.3-52:338.436(075.8)

Рецензент:

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
«Электротехнологии в сельскохозяйственном производстве»
Федерального государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Московский государственный агроинженерный университет
имени В.П.Горячкина
А.М.Башилов

Андреев С.А., Судник Ю.А.

Автоматика. Задания и методические указания к выполнению
контрольной работы для студентов факультета заочного образования.-М.:
ФГОУ ВПО МГАУ, 2008. – 48 с.

Издание содержит перечень индивидуальных заданий для контрольной
работы по автоматике и методические указания к ее выполнению. В заданиях
охвачен материал по основам автоматике и теории автоматического
управления, представленный задачами на составление функциональной
схемы и оценки устойчивости работы системы автоматического управления.

Задания и методические указания предназначены для студентов 3-го курса
факультета заочного образования по специальностям «Электрификация и
автоматизация сельского хозяйства», «Механизация сельского хозяйства» и
«Профессиональное обучение» со специализациями «Электрификация и
автоматизация сельскохозяйственного производства» и «Механизация
сельскохозяйственного производства»

Материал печатается по решению методической комиссии энергетического
факультета ФГОУ ВПО МГАУ.

УДК 731.3-52:338.436(075.8)

ФГОУ ВПО МГАУ, 2008

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Задания и методические указания к выполнению контрольной работы по дисциплине «Автоматика» предназначены для студентов факультета заочного образования по специальностям «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства», «Механизация сельского хозяйства» и «Профессиональное обучение» со специализациями «Электрификация и автоматизация сельскохозяйственного производства» и «Механизация сельскохозяйственного производства»

В процессе выполнения контрольной работы у студентов систематизируются и закрепляются знания по основам автоматики и теории автоматического управления. Студенты приобретают навыки классификации и составления схем САУ, учатся понимать принцип действия промышленных устройств и систем автоматики, анализировать влияние внешних и внутренних воздействий, преобразовывать структурные схемы, а также оценивать устойчивость систем.

Кроме того, выполнение контрольной работы способствует формированию представления о реальном оборудовании по автоматизации технологических процессов современного сельскохозяйственного производства, знакомит с передовыми техническими решениями и побуждает к творческому осмыслению инженерных задач.

Выполняя контрольную работу, студенты-заочники могут получать консультации закрепленных преподавателей кафедры информационно-управляющих систем. Контрольная работа выполняется до экзаменационной сессии, оформляется в тонкой ученической тетради и высылается на проверку заблаговременно. По результатам проверки контрольной работы студенты получают зачет, являющийся обязательным условием допуска к экзамену.

Контрольная работа состоит из двух заданий. Формулировка заданий, а также схема выбора индивидуального варианта и методические указания по выполнению приведены в соответствующих разделах.

Комментарии к первому заданию контрольной работы

Первое задание сводится к составлению функциональной схемы САУ по ее заданной принципиальной схеме. Для выполнения задания необходимо отчетливо представлять существо обеих схем и владеть информацией о принципе действия САУ.

Напомним, на принципиальной схеме все элементы системы изображаются в соответствии с условными обозначениями во взаимосвязи между собой. Из принципиальной схемы должен быть ясен принцип действия системы и физическая природа протекающих в ней процессов. Принципиальные схемы могут быть электрическими, гидравлическими, пневматическими, кинематическими и комбинированными. Элементы

автоматики на принципиальных схемах изображаются в соответствии со стандартом. Изображение элементов соответствует выключенному состоянию (обесточенному, при отсутствии избыточного давления и т.д.) всех цепей схемы и отсутствию внешних воздействий. Каждому элементу принципиальной схемы присвоено буквенно-цифровое обозначение. Буквенное обозначение обычно представляет собой сокращенное наименование элемента, а цифровое (в порядке возрастания и в определенной последовательности) условно показывает нумерацию элемента, считая слева направо и сверху вниз.

Функциональные схемы отражают взаимодействие устройств, блоков, узлов и элементов автоматики и процесс их работы. Графически отдельные устройства автоматики изображают прямоугольниками, соединенные линиями со стрелками, которые соответствуют направлению прохождения сигнала. Внутреннее содержание каждого блока обозначают русскими буквенными символами, например, ОУ - объект управления, ВЭ - воспринимающий элемент, Р - регулятор и т.д. (рис.1).

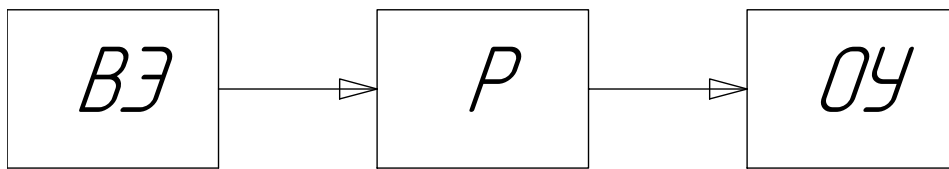


Рис. 1. Фрагмент функциональной схемы

При изображении функциональных схем САУ используют еще одно обозначение - сумматор. Так называется элемент, изображаемый в виде небольшого круга, разбитого на четыре сектора. К этим секторам (или от них) подводятся линии со стрелками, а в самих сумматорах производится алгебраическое сложение рассматриваемых величин. Так, для примеров на рис. 2 можно записать: $a = b + c$, $r = t + s + f$, $\varepsilon = G - \gamma$. Обратим внимание на тот факт, что сигнал, приходящийся в заштрихованный сектор, имеет знак «минус».

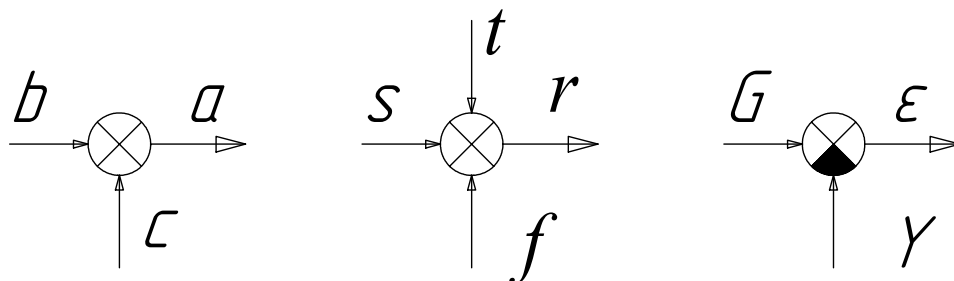


Рис. 2. Примеры изображения сумматоров

Рассмотрим пример составления функциональной схемы САУ температурой теплоносителя шахтной зерносушилки по ее принципиальной схеме, представленной на рис.3.

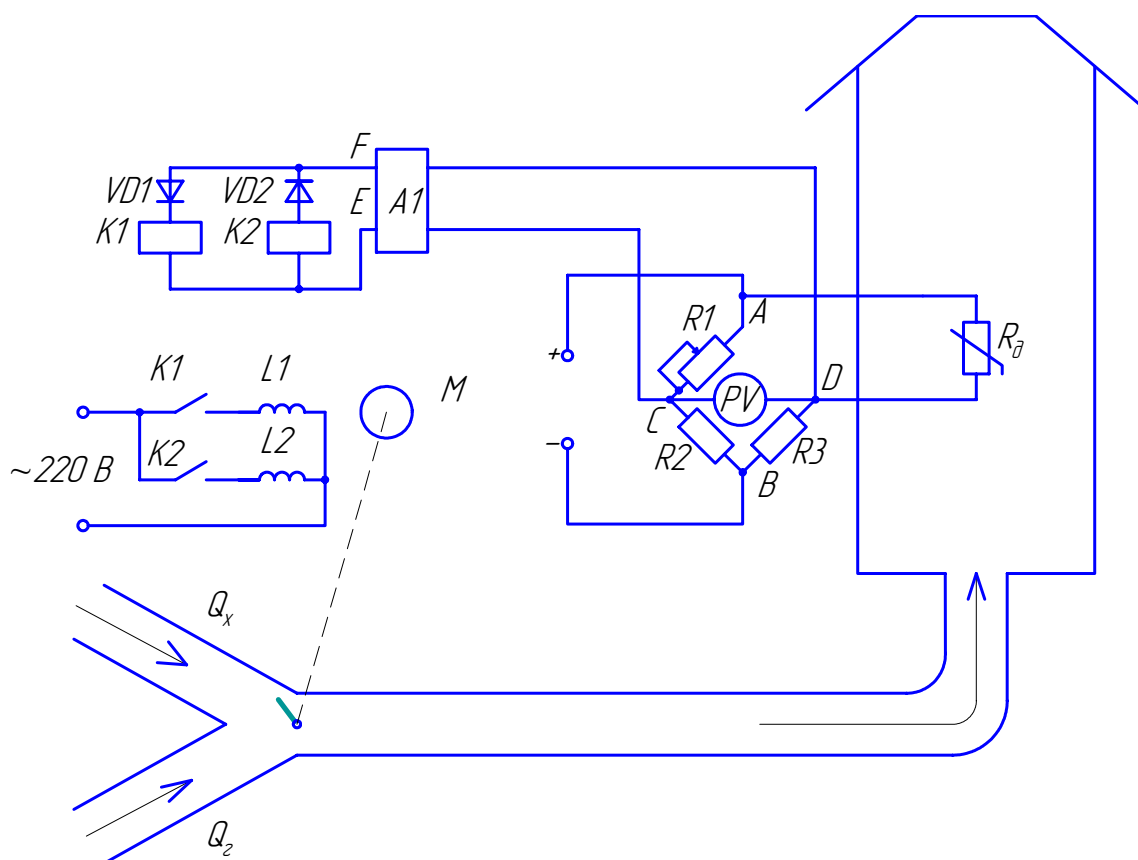


Рис.3. Принципиальная схема САУ температурой теплоносителя.

Из рис.3 мы видим, что зерно сушится в шахтной зерносушилке, к которой по воздуховоду подводится теплый воздух от двух источников - холодного и горячего. Холодный и горячий потоки смешиваются в различном соотношении в зависимости от положения заслонки. Допустим, процесс зерносушения должен происходить при температуре 70°C . Если температура теплоносителя (теплого воздуха на входе в зерносушилку) окажется ниже заданной, например 65°C , заслонка должна повернуться в направлении большего доступа горячего потока. Если по каким-то причинам температура теплоносителя станет выше нормы, заслонка повернется в противоположную сторону. Отслеживание температуры теплоносителя, распознавание соответствия режима зерносушения принятой технологии, принятие решения о повороте заслонки и собственно сам ее поворот осуществляются автоматически.

Для измерения текущей температуры теплоносителя использован датчик - полупроводниковый терморезистор R_d . Датчик температуры помещен внутрь зерносушилки, а его температура принимает значение теплоносителя.

Статическая характеристика датчика температуры имеет вид, показанный на рис.4.

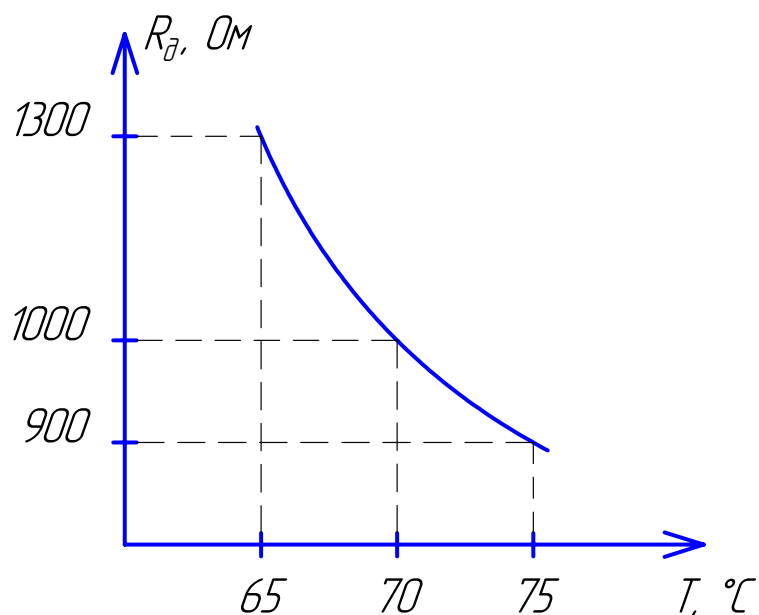


Рис.4 Статическая характеристика датчика температуры.

Из статической характеристики видно, что термодатчик обладает отрицательным температурным коэффициентом, то есть с ростом температуры его активное сопротивление уменьшается. Допустим, температуре 70°C соответствует сопротивление 1000 Ом, температуре 65°C - 1200 Ом и температуре 75°C - 900 Ом.

Терморезистор включен в одно из плеч мостовой измерительной схемы, в которую помимо него входят резисторы R_1 , R_2 и R_3 . Величины этих резисторов подбираются таким образом, чтобы они соответствовали сопротивлению R_d при требуемой температуре теплоносителя (при 70°C), то есть 1000 Ом. Точки «А» и «В» на мостовой схеме определяют питающую диагональ (к ним присоединен источник энергии постоянного напряжения 10 В), а точки «С» и «D» - измерительную диагональ (к ним подсоединен вольтметр PV).

Если температура теплоносителя соответствует заданной (70°C), то сопротивление термодатчика будет равным 1000 Ом. При этом сопротивления остальных плеч мостовой схемы - R_1 , R_2 и R_3 остаются без изменения, то есть по 1000 Ом. В этом случае электрический ток будет течь от «+» источника к точке «А» мостовой схемы, далее разветвляться и равными долями протекать по ветвям R_1 - R_2 и R_d - R_3 к точке «В», затем суммироваться и приходить к «-» источника. Никакой разности потенциалов между точками «С» и «D» измерительной диагонали не будет и вольтметр PV покажет нуль.

Если температура теплоносителя уменьшится, допустим, до 65°C , сопротивление термодатчика возрастет, и достигнет значения $1200\ \text{Ом}$. При этом сопротивления остальных плеч мостовой схемы останутся равными $1000\ \text{Ом}$. Соответственно, сопротивление ветви «АСВ» будет равным $2000\ \text{Ом}$, а ветви «АДВ» - $2200\ \text{Ом}$. По ветви «АСВ» будет течь ток величиной $10/2000 = 0,005\text{А}$, а по ветви «АДВ» - $10/2200 = 0,0045\ \text{А}$. Падение напряжения на резисторе R_1 будет $0,005 \times 1000 = 5\ \text{В}$, а на термодатчике R_d - $0,0045 \times 1000 = 4,55\ \text{В}$. Между точками «С» и «D» образуется разность потенциалов величиной $0,45\ \text{В}$. Причем, потенциал точки «С» оказался выше потенциала точки «D». Следовательно, вольтметр PV покажет напряжение $0,45\ \text{В}$ при «+» в точке «С».

Если температура теплоносителя окажется больше заданной, например, 75°C , то сопротивление термодатчика уменьшится до $900\ \text{Ом}$. Тогда сопротивление ветви «АСВ» останется равным $2000\ \text{Ом}$, а сопротивление ветви «АДВ» уменьшится до $1900\ \text{Ом}$. По ветви «АСВ» будет течь ток величиной $10/2000 = 0,005\text{А}$, а по ветви «АДВ» - $10/1900 = 0,0053\ \text{А}$. Падение напряжения на резисторе R_1 будет $0,005 \times 1000 = 5\ \text{В}$, а на термодатчике R_d - $0,0053 \times 900 = 4,77\ \text{В}$. Теперь величина напряжения, которое сформировалось между точками измерительной диагонали, станет равным $0,23\ \text{В}$, причем, «+» окажется в точке «D».

Таким образом, включение термодатчика в мостовую измерительную схему позволяет выявить наличие и величину отклонения температуры от заданного значения, а также направление этого отклонения.

При необходимости поддержания другого значения температуры зерносушения следует изменить величину сопротивления любого плеча мостовой схемы. Для этого в качестве сопротивления плеча «R1» устанавливается переменный резистор.

Параллельно с вольтметром PV к измерительной диагонали мостовой схемы подключается усилитель, который на принципиальной схеме изображен в виде блока А1. Выход этого усилителя подсоединен к схеме, включающей два диода (VD1 и VD2) и две катушки реле (K1 и K2). При изменении полярности напряжения на входе усилителя А1 (которое, как мы знаем, происходит при изменении направления изменения температуры теплоносителя) полярность напряжения на выходе усилителя также изменится. Причем, при положительном потенциале в точке «С» положительный потенциал окажется и в точке «Е» на выходе усилителя А1. В этом случае электрический ток во вторичной цепи будет течь от точки «Е» через катушку реле K2 и диод VD2 к точке «F». Такой режим соответствует заниженной температуре теплоносителя. При положительном потенциале в точке «D» произойдет перемещение «+» в точку «F». Теперь электрический ток будет течь от точки «F» через диод VD1 и катушку реле K1 к точке «Е». Это будет иметь место при завышенной температуре теплоносителя.

Итак, при любой температуре зерносушения никогда не будет одновременного протекания электрического тока по катушкам реле K1 и K2.

При завышенной температуре ток будет течь через катушку реле К1, а при заниженной - через катушку реле К2. При нормальной температуре напряжение между точками «С» и «D» в измерительной диагонали мостовой схемы будет отсутствовать. Соответственно будет отсутствовать напряжение между точками «Е» и «F» на выходе усилителя А1, а катушки реле К1 и К2 останутся обесточенными.

Замыкающие контакты реле К1 и К2 установлены в цепи питания реверсивного исполнительного механизма, включающего две обмотки: L1 и L2. При замыкании контакта К1 под напряжением оказывается обмотка L1, и вал исполнительного механизма вращается в одну сторону, а при замыкании контакта К2 получает питание обмотка L2 и выходной вал вращается в противоположном направлении. Выходной вал исполнительного механизма соединен с заслонкой, перераспределяющей воздушные потоки.

Таким образом, работу системы можно прокомментировать следующим образом. При отклонении температуры в зерносушилке в сторону увеличения величина сопротивления R_d уменьшается, потенциал в точке «D» в измерительной диагонали мостовой схемы по отношению к точке «С» возрастает, на выходе усилителя, в точке «F», формируется положительный потенциал, в цепи VD1-К1 начинает течь электрический ток, реле К1 срабатывает, контакт К1 в цепи обмотки L1 исполнительного механизма замыкается, и его выходной вал поворачивает заслонку в направлении увеличения большего доступа холодного воздуха. При отклонении температуры в сторону уменьшения величина сопротивления R_d увеличивается, потенциал в точке «С» по отношению к точке «D» возрастает, на выходе усилителя, в точке «Е» формируется положительный потенциал, электрический ток течет по цепи VD2 - К2, реле К2 срабатывает, контакт К2 в цепи обмотки L2 исполнительного механизма замыкается, и выходной вал поворачивает заслонку в направлении увеличения большего доступа горячего воздуха.

При составлении функциональной схемы САУ прежде всего нужно выяснить: что представляет собой объект управления? - Напомним, под объектом управления понимается машина, устройство, агрегат или помещение, выполняющие технологический процесс. В нашем примере объектом управления является зерносушилка, в которой происходит технологический процесс сушки. Обозначим это звено буквенными

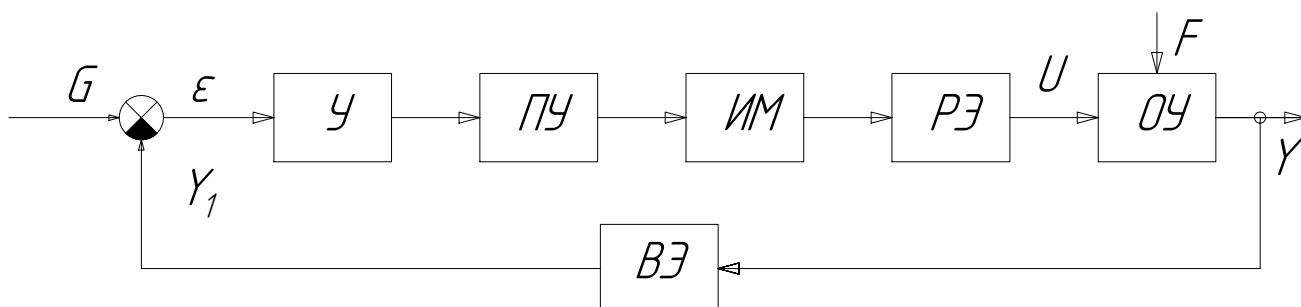


Рис.5. Функциональная схема САУ температурой теплоносителя.

символами ОУ (см. рис.5).

Состояние объекта управления характеризуется температурой. В нашем случае температура является управляемой величиной, обозначенной на функциональной схеме символом Y .

Итак, управляемой величиной является фактическая температура теплоносителя, при которой осуществляется технологический процесс.

На температуру зерносушения помимо нашей воли всегда влияют посторонние (внешние) факторы. Например, начальная температура и влажность зерна, температура окружающей среды и т.д. Понятно, что наличие этих факторов и определяет необходимость автоматизации процесса: ведь если бы этих факторов не было, а температура теплоносителя всегда была бы постоянной, то и не нужна была бы поворачивающаяся заслонка. В этом случае можно было бы раз и навсегда рассчитать постоянное соотношение горячего и холодного потоков и не менять его в процессе работы. Однако на самом деле эти факторы всегда существуют, мы их учитываем и обозначаем на функциональной схеме символом «F», как возмущающее воздействие.

Помимо возмущающего воздействия на температуру теплоносителя оказывает влияние искусственно сформированное количество теплоты, определяемое соотношением горячего и холодного воздушных потоков. Это воздействие является управляющим и обозначается на функциональной схеме символом U .

Фактическая температура теплоносителя (управляемая величина) измеряется датчиком температуры. На функциональной схеме датчик температуры обозначен буквами «ВЭ» (воспринимающий элемент). В мостовой измерительной схеме сопротивление термодатчика R_d сравнивается с сопротивлениями остальных плеч (R_1 , R_2 и R_3), как было рассмотрено выше. Вспомним, что при необходимости изменения температуры зерносушения оператор изменяет величину переменного сопротивления резистора R_1 . На функциональной схеме это изменение иллюстрируется задающим воздействием G , а сама мостовая измерительная схема - сумматором.

Итак, к сумматору подходят два сигнала: Y_1 от воспринимающего элемента и G , определяемое оператором. По существу сигнал Y_1 несет информацию о текущей (фактической) температуре. Этот сигнал характеризует управляемую величину Y , но выражен не в температуре, а в электрическом сопротивлении. То же относится и к сигналу задающего воздействия G , посредством которого оператор задает требуемую температуру зерносушения, однако фактически при этом изменяет величину сопротивления R_1 .

Выходной величиной мостовой измерительной схемы является напряжение. Это напряжение формируется в результате сравнения сопротивлений R_1 и R_d . Операция сравнения осуществляется посредством вычитания. Действительно, в соответствии с изображением элементов функциональных схем можно записать: $\varepsilon = G - Y_1$.

Сигнал с выхода мостовой схемы (с точек «С» и «D») подается на вход усилителя А1, обозначенного на функциональной схеме буквой «У».

С выхода усилителя (с точек «Е» и «F») сигнал поступает на схему, содержащую диоды VD1, VD2 и катушки реле К1, К2. Как мы видели, в этой схеме благодаря наличию диодов осуществляется распознавание полярности напряжения, образующегося на выходе усилителя. Поскольку рассматриваемый фрагмент несет определенное функциональное назначение, на функциональной схеме его можно представить отдельным элементом и назвать, например, преобразующим устройством.

Реверсивный исполнительный механизм, включающий обмотки L1 и L2 и вступающий в работу при замыкании контактов К1 или К2, на функциональной схеме изображен в виде отдельного элемента «ИМ».

Выходной вал исполнительного механизма связан с заслонкой, перераспределяющей воздушные потоки. Исполнительный механизм поворачивает заслонку, а заслонка изменяет соотношение горячего и холодного воздуха, воздействуя на конечную температуру теплоносителя. На функциональной схеме заслонка обозначена буквами «РЭ» - регулирующий элемент.

Следует отметить, что функциональная схема САУ по определению является более общим изображением по сравнению с ее принципиальной схемой. Поэтому для одной принципиальной схемы можно составить несколько разных вариантов функциональных схем. Действительно, при решении рассматриваемой задачи можно было объединить усилитель и преобразующее устройство, а также исполнительный механизм и регулирующий элемент. С другой стороны, воспринимающий элемент правомерно представить двумя частями: чувствительной и преобразующей.

Выбор варианта первого задания осуществляется по таблице 1 в соответствии с индивидуальным шифром студента. Номер варианта должен совпадать с числом, образованным двумя последними цифрами шифра (от 01 до 40). Если число, состоящее из двух последних цифр шифра студента, превышает 40, то номер варианта определяется вычитанием из своего шифра числа 40. Помимо наименования устройства, системы или технологического процесса в таблице содержится ссылка на номер рисунка и страницы по основному рекомендуемому учебнику [1]. Пользуясь этой ссылкой, находится исходная принципиальная схема объекта изучения, а также словесное описание ее работы. По заблаговременному согласованию с кафедрой студент может в качестве исходного материала к первому заданию использовать устройство, процесс или систему, известные ему в результате производственной деятельности.

Таблица 1

№ варианта	Устройство, система или технологический процесс, подлежащие изучению	№ рисунка и страницы по рекомендуемому учебнику
01	Устройство для управления глубиной вспашки	Рис.6.4, стр.87
02	Устройство для управления высотой среза	Рис.6.5, стр.88
03	Устройство для управления положением фрезы	Рис.6.8, стр.91
04	Устройство для выравнивания остова комбайна	Рис.6.9, стр.91
05	Устройство для управления загрузкой комбайна	Рис.6.10, стр.92
06	Устройство для вождения мобильным сельскохозяйственным агрегатом (МСА)	Рис.6.13, стр.96
07	Устройство для вождения молотильно-сепарирующего агрегата	Рис.6.14, стр.97
08	Система автоматического вождения самоходной корнеуборочной машины	Рис. 6.15, стр.99
09	Система автоматического регулирования нормы внесения жидких компонентов	Рис.6.16, стр.100
10	Автоматическое управление температурой поливной воды	Рис.7.9, стр.133
11	Автоматическая система управления концентрацией растворов минеральных удобрений	Рис.7.10, стр.134
12	Автоматическое управление электрообогревом парника	Рис.7.14, стр.139
13	Комплектное устройство типа КЭПТ для регулирования мощности системы электрообогрева почвы в пленочных теплицах	Рис.7.15, стр.140
14	Автоматическая система управления воздухораспределением в установке активного вентилирования зерна	Рис.8.8 б, стр.159
15	Автоматическое управление загрузкой, температурой и влажностью зерна в бункере активного вентилирования	Рис.8.9, стр.160
16	Система автоматического управления активной вентиляцией в картофелехранилище ШАУ-АВ	Рис.9.2, стр.173
17	Система автоматического управления микроклиматом во фруктохранилищах	Рис.9.4, стр.178
18	Установка для автоматической сортировки клубней картофеля	Рис.9.5, стр.183
19	Автоматическая сортировка плодов томатов и яблок по оптическим спектральным характеристикам	Рис.9.6, стр.184
20	Система автоматического управления механизмами агрегата для приготовления травяной муки АВМ-1,5	Рис.10.1 б, стр.192

21	Система автоматического управления сушилкой в составе агрегата для приготовления травяной муки АВМ-1,5	Рис.10.1 в, стр.192
22	Автоматическое управление универсальным оборудованием прессования кормов типа ОПК	Рис.10.4, стр.197
23	Автоматическое управление дробилкой корнеклубнеплодов типа ДБ-5	Рис.10.10, стр.208
24	Автоматическое управление раздатчиком кормов РВК-Ф-74	Рис.11.1, стр.213
25	Автоматизация кормораздатчика-смесителя КС-1,5	Рис.11.3 б, стр.216
26	Автоматизация водоохладительной установки АВ-30	Рис.11.14, стр.232
27	Автоматическое управление навозоуборочным транспортером	Рис.11.15, стр.234
28	Автоматическое управление линией кормления птицы.	Рис.12.1, стр. 238
29	Автоматическое управление теплогенератором.	Рис.13.9, стр. 255
30	Автоматическое управление электрокалориферной установкой типа СФОЦ	Рис.13.10, стр.258
31	Автоматическое управление оборудованием для обогрева молодняка	Рис.13.11, стр.259
32	Автоматическое управление водоподъемной установкой типа ВУ	Рис.14.1, стр.262
33	Автоматизация башенных водокачек	Рис.14.2, стр.264
34	Станция управления насосными агрегатами типа ШЭТ	Рис.14.3, стр.266
35	Станция управления насосными агрегатами типа «Каскад»	Рис.14.4, стр.268
36	Автоматизация управления оросительной насосной станцией	Рис.14.9, стр.278
37	Система автоматического управления двухагрегатной водоотливной насосной станцией	Рис.14.10, стр.280
38	Автоматическое управление водонагревателем САЗС	Рис.15.11, стр.301
39	Система автоматического регулирования температуры моющих растворов	Рис.16.2, стр.318
40	Автоматизация обкаточно-испытательного стенда для ремонта ДВС	Рис.16.14, стр.445

Комментарии ко второму заданию контрольной работы

Вторая задача контрольной работы основана на материале курса автоматики, включающем вопросы теории автоматического управления. Решая вторую задачу, необходимо преобразовать структурную схему САУ, найти ее математическое описание в виде передаточной функции по задающему воздействию, выделить характеристическое уравнение системы и произвести его анализ с точки зрения устойчивости по одному из трех критериев. Варианты второй задачи предусматривают использование критерия Рауса, Гурвица и Михайлова.

Вспомним: о чем свидетельствует понятие устойчивости. - Устойчивость является одним из главных показателей работоспособности САУ. Под устойчивостью САУ понимается ее способность возвращать управляемую величину в область заданных значений после воздействия на объект управления внешнего возмущающего воздействия.

Первым шагом выполнения второй задачи является определение передаточных функций заданной САУ. В индивидуальных заданиях студентам предоставлены дифференциальные уравнения звеньев. Следует обратить внимание на то, что в пределах каждого уравнения присутствуют переменные «X» и «Y», содержащие только одинаковые индексы (от 1 до 4). Это свидетельствует о принадлежности каждого уравнения одному звену, а индекс подсказывает номер этого звена. Например, уравнение

$$5 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 8 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 14x_3$$

содержит «X» и «Y» с индексами в виде числа 3. Следовательно, это уравнение описывает третье звено САУ.

Заданные уравнения необходимо представить в виде передаточных функций. Для этого следует записать каждое из них в операторной форме. Переход к операторной форме предельно формален: достаточно в каждом уравнении операцию дифференцирования $\frac{d}{dt}$ заменить на операцию умножения на оператор Лапласа «P». С учетом замены исходное уравнение примет вид:

$$5p^2 y_3 + 8p y_3 + y_3 = 14x_3$$

В левой части последнего выражения переменную Y_3 целесообразно вынести за скобки:

$$y_3(5p^2 + 8p + 1) = 14x_3$$

Теперь по определению передаточной функции, согласно которому она представляет собой отношение операторного представления выходной величины к операторному представлению входной при нулевых начальных условиях, можно записать:

$$W_3(p) = \frac{y_3(p)}{x_3(p)} = \frac{14}{5p^2 + 8p + 1}$$

Аналогичную работу необходимо проделать для уравнений всех заданных звеньев.

Выбор варианта второго задания контрольной работы осуществляется по таблице 2. Так же, как и при выборе варианта первого задания номер варианта второго задания определяется двумя последними цифрами индивидуального шифра студента. Однако в отличие от первого задания количество вариантов равно 100.

Таблица 2

№ варианта	Индивидуальное задание
01	$5 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 10 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 7x_1$ $3 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 6x_2$ $100y_3 = 1000x_2$ $0,1 \frac{dy_4}{dt} = 10x_4$
02	$0,3 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 50x_1$ $8y_2 = 16x_2$ $6,2y_3 = 62x_3$ $34 \frac{d^3 y_4}{dt^3} + 6 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 5 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 40x_4$
03	$18 \frac{dy_1}{dt} = 36x_1$ $44 \frac{dy_2}{dt} + 55y_2 = 11x_2$ $0,8 \frac{dy_3}{dt} + 1,2y_3 = 68x_3$ $52 \frac{dy_4}{dt} = 104 \frac{dx_4}{dt}$

04	$43 \frac{dy_1}{dt} + 4,3y_1 = 430x_1$ $0,5y_2 = 54 \frac{dx_2}{dt}$ $44 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 66 \frac{dy_3}{dt} = 11x_3$ $10y_4 = 1000x_4$
05	$0,8 \frac{dy_1^2}{dt^2} + 5,1 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6,7x_1$ $10 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 13x_2$ $4 \frac{dy_3}{dt} = 40x_3$ $50y_4 = 5x_4$
06	$\frac{dy_1}{dt} = 47x_1$ $35y_2 = 350x_2$ $46 \frac{d^3 y_3}{dt^3} + 44 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 5,1 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 3,1x_3$ $45y_4 = 450x_4$
07	$5,2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = 520x_1$ $48 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 3,1 \frac{dy_2}{dt} + 6,9 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 10x_2$ $7 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 5x_3$ $12y_4 = 24x_4$
08	$4,6 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 35x_1$ $12y_2 = 24 \frac{dx_2}{dt}$ $118 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 67 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 31x_3$ $5,5y_4 = 55x_4$
09	$43 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 0,5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 24x_1$ $57 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 3x_2$ $4 \frac{dy_3}{dt} = 11x_3$ $16y_4 = 0,1x_4$

10	$9,8y_1 = 98x_1$ $4,6 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 7x_2$ $11 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 0,5 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 15x_3$ $42y_4 = 420x_4$
11	$72 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 16x_1$ $44 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 17x_2$ $14y_3 = 280x_3$ $5 \frac{dy_4}{dt} = 40x_4$
12	$0,3 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 15x_3$ $48 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5,4 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 12x_2$ $0,08y_3 = 80x_3$ $165y_4 = 10 \frac{dx_4}{dt}$
13	$67 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 4,2 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = x_1$ $7,8 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 6,6x_2$ $44 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 4,1x_3$ $3y_4 = 33x_4$
14	$0,01 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 66x_1$ $4,4y_2 = 44x_2$ $15,5y_3 + 0,5y_3 = 32x_3$ $64 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 32 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 5x_4$
15	$48 \frac{dy_1}{dt} + 56y_1 = 13x_3$ $668 \frac{dy_2}{dt} + 74y_2 = 10x_2$ $5 \frac{d^2 y_3}{dt^2} = 50x_3$ $26y_4 = 520x_4$

16	$3,3 \frac{dy_1}{dt} + 0,5 \frac{dy_1}{dt} = 77x_1$ $4,2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 4,1 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 71x_2$ $4,5 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 65x_3$ $68y_4 = 136x_4$
17	$5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 54x_1$ $32 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 0,6 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 10x_2$ $2,1 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 4,2x_3$ $32y_4 = 96x_4$
18	$0,5y_1 = 45 \frac{dy_1}{dt}$ $0,7 \frac{d^3 y_2}{dt^3} + 6 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5,5 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 13x_2$ $46 \frac{dy_3}{dt} = 92 \frac{dx_3}{dt}$ $y_4 = x_4$
19	$3,1 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6x_1$ $55 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 21 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 43x_2$ $10 \frac{dy_3}{dt} = 100x_3$ $41y_4 = 82x_4$
20	$22 \frac{d^4 y_1}{dt^4} + 11 \frac{d^3 y_1}{dt^3} + 33 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 11x_1$ $6 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 32x_2$ $19y_3 = 38x_3$ $12y_4 = 12x_4$
21	$4,3 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 5,8 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 77x_1$ $55 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 0,1x_2$ $48 \frac{dy_3}{dt} = 96x_3$ $50y_4 = 100x_4$

22	$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + \frac{dy_1}{dt} + y_1 = x_1$ $7 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 67x_1$ $0,8 \frac{dy_3}{dt} = 80x_3$ $23y_4 = 460x_4$
23	$45 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 15 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6x_1$ $7,5 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = 75x_2$ $6 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 10x_3$ $7y_4 = 7x_4$
24	$20y_1 = 200x_1$ $54y_2 = 108 \frac{dx_2}{dt}$ $43 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 43 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 4x_3$ $0,1 \frac{dy_4}{dt} = 10x_4$
25	$7,8y_1 = 156x_1$ $32 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 45 \frac{dy_2}{dt} + 6y_2 = 19x_2$ $44 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 55 \frac{dy_3}{dt} + 11y_3 = 11x_3$ $5y_4 = 50x_4$
26	$0,9 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 55x_1$ $678 \frac{d^3 y_2}{dt^3} + 54 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 65 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 8x_2$ $5y_3 = 50x_3$ $76 \frac{dy_4}{dt} = 760 \frac{dx_4}{dt}$

27	$107y_1 = 1070x_1$ $44y_2 = 55 \frac{dx_2}{dt}$ $4 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 76x_3$ $0,1 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 79x_4$
28	$4 \frac{d^4 y_1}{dt^4} + 5 \frac{d^3 y_1}{dt^3} + 32 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 0,2 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6x_1$ $5y_2 = 50x_2$ $23 \frac{dy_3}{dt} = 230 \frac{dx_3}{dt}$ $y_4 = x_4$
29	$555 \frac{dy_1}{dt} + 666y_1 = 111x_1$ $7,2 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 3x_2$ $0,02 \frac{dy_3}{dt} + 65y_3 = 76x_3$ $6 \frac{dy_4}{dt} = 60x_4$
30	$38y_1 + 2y_1 + 10y_1 = 500x_1$ $6,5y_2 = 62 \frac{dx_2}{dt}$ $0,08y_3 = 80x_3$ $5 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 10 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 4x_4$
31	$49 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 3 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 7x_1$ $6,2 \frac{dy_2}{dt} + 3,1y_2 = 9,3x_2$ $54 \frac{dy_3}{dt} = 108x_3$ $40y_4 = 200x_4$

32	$78 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 7x_1$ $0,43 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5,8 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 0,36x_2$ $0,7 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 6x_3$ $y_4 = x_4$
33	$3y_1 = 30x_1$ $54 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 4 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 10x_2$ $33 \frac{d^2 y_3}{dt^2} = 66x_3$ $45y_4 = 450 \frac{dx_4}{dt}$
34	$0,8 \frac{dy_1}{dt} + 4 \frac{dy_1}{dt} + 2y_1 = 2,4x_1$ $65 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5,5 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 7,9x_2$ $7y_3 = 700x_3$ $5y_4 = 45 \frac{dx_4}{dt}$
35	$0,05 \frac{dy_1}{dt} + 5y_1 = 30x_1$ $4 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 25 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 6x_2$ $88 \frac{dy_3}{dt} = 176x_3$ $6y_4 = 12x_4$
36	$5,5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = x_1$ $14 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 7 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 19x_2$ $0,03y_3 = 30x_3$ $4,7y_4 + 0,3y_4 = 50 \frac{dx_4}{dt}$
37	$100y_1 = 25x_1$ $7 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 64x_2$ $8,5 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 7 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 4,1x_3$ $32 \frac{dy_4}{dt} = 64x_4$

38	$88 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 7,6x_1$ $23y_2 = 460x_2$ $45 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 2x_3$ $5,6 \frac{d^2y_4}{dt^2} + 4,7 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 89x_4$
39	$3,1 \frac{dy_1}{dt} = 310x_1$ $66 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 4,1 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 7x_2$ $0,6y_3 = 60 \frac{dx_3}{dt}$ $5,1y_4 = 51x_4$
40	$84 \frac{d^2y_1}{dt^2} + 52 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 67x_1$ $55 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 7,6x_2$ $4,4y_3 = 44x_3$ $5,8 \frac{dy_4}{dt} = 58x_4$
41	$32 \frac{d^2y_1}{dt^2} + 4 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 64x_1$ $16y_2 = 48x_2$ $74 \frac{dy_3}{dt} = 37x_3$ $10 \frac{dy_4}{dt} + 5y_4 = 17x_4$
42	$8,5y_1 = 17 \frac{dx_1}{dt}$ $33 \frac{dy_2}{dt} + 6y_2 = 12x_2$ $118 \frac{d^2y_3}{dt^2} + 54 \frac{dy_3}{dt} + y_3 + 0,6x_3$ $40y_4 = 40x_4$

43	$5,1 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 64x_1$ $78 \frac{dy_2}{dt} + 87 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 58x_2$ $67y_3 = 67x_3$ $8 \frac{dy_4}{dt} = 16x_4$
44	$5,2y_1 = 10,4x_1$ $88 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 6,3 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 10x_2$ $15 \frac{d^2y_3}{dt^2} = 60x_3$ $44y_4 = 88x_4$
45	$18 \frac{dy_1}{dt} = 36x_1$ $65 \frac{dy_2}{dt} + 89y_2 = 7x_2$ $6y_3 = 60x_3$ $70 \frac{d^2y_4}{dt^2} + y_4 = 9x_4$
46	$y_1 = 100x_1$ $32 \frac{d^3y_2}{dt^3} + 42 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 56 \frac{dy_2}{dt} + 2y_2 = 10x_2$ $5y_3 = 5x_3$ $\frac{dy_4}{dt} = 3x_4$
47	$84 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 90x_1$ $4 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 86x_2$ $4y_3 = 4x_3$ $5 \frac{d^2y_4}{dt^2} = 50x_4$
48	$7 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 84x_1$ $30 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 15 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 77x_2$ $3y_3 = 300x_3$ $5y_4 = 50 \frac{dy_4}{dt}$

49	$8 \frac{dy_1}{dt} + 6y_1 = 70x_1$ $66y_2 = 88x_2$ $6y_3 = 60x_3$ $4 \frac{d^3 y_4}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 6 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 16x_4$
50	$16 \frac{dy_1}{dt} = 160x_1$ $54 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 48 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 15x_2$ $89 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 75x_3$ $\frac{dy_4}{dt} = 5x_4$
51	$89 \frac{dy_1}{dt} + 6,2y_1 = 55x_1$ $12 \frac{dy_2}{dt} + 44y_2 = 60x_2$ $4y_3 = 20x_3$ $5 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 45 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 5x_4$
52	$378 \frac{dy_1}{dt} = 556x_1$ $4 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 6 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 76x_2$ $78 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 51x_3$ $90y_4 = 900x_4$
53	$8,5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 32x_1$ $75y_2 = 150 \frac{dx_2}{dt}$ $3,1 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 8,3 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 90x_3$ $10y_4 = 20x_4$
54	$y_1 = x_1$ $5 \frac{dy_2}{dt} = 50x_2$ $3 \frac{d^3 y_3}{dt^3} + 60 \frac{dy_3}{dt} = 4x_3$ $68y_4 = 68x_4$

55	$6 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 8 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 408x_1$ $36 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = 72x_2$ $77y_3 = 77x_3$ $0,5y_4 = 90x_4$
56	$5 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 68x_1$ $54 \frac{dy_2}{dt} = 108x_2$ $y_3 = x_3$ $4 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 8 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 80x_4$
57	$33 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6x_1$ $78 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 6,4 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 48x_2 \quad 3$ $4,1y_3 + 3,9y_3 = 8x_3$ $5 \frac{dy_4}{dt} = 50x_4$
58	$7 \frac{d^4 y_1}{dt^4} + 5,2 \frac{d^3 y_1}{dt^3} + 3 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + y_1 = 90x_1$ $6y_2 = 60x_2$ $48y_3 = 48x_3$ $5400y_4 = 54000x_4$
59	$78 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 8x_1$ $65y_2 = 650x_2$ $3 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 6 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 18x_3$ $7 \frac{dy_4}{dt} = 70x_4$
60	$35 \frac{d^3 y_1}{dt^3} + 6 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 78 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 45x_1$ $5,5y_2 = 550x_2$ $40y_3 = 400 \frac{dy_3}{dt}$ $5 \frac{dy_4}{dt} = 5x_4$

61	$8 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 65x_1$ $85 \frac{dy_2}{dt} + 2y_2 = 15x_2$ $6y_3 = 36x_3$ $5 \frac{d^3 y_4}{dt^3} + 7 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 14 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 58x_4$
62	$5 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 67 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 13x_1$ $79y_2 = 158 \frac{dx_2}{dt}$ $85y_3 = 16 \frac{dx_3}{dt} + x_3$ $7 \frac{dy_4}{dt} = x_4$
63	$66y_1 = 660x_1$ $13 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 7,8 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 74x_2$ $3,8 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 5,2x_3$ $0,6 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 75 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 77x_4$
64	$4,1 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 88x_1$ $11 \frac{dy_2}{dt} = 88x_2$ $4 \frac{d^3 y_3}{dt^3} + 7,1 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 65 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 45x_3$ $10y_4 = 100x_4$
65	$30 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + y_1 = 7x_1$ $54y_2 = 108x_2$ $9 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 4,5 \frac{dy_3}{dt} + 4,5y_3 = x_3$ $0,6 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 3x_4$
66	$2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 10 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 76x_1$ $4 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + y_2 = 5x_2$ $32y_3 = 64x_3$ $\frac{dy_4}{dt} + y_4 = x_4$

67	$55 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 43 \frac{dy_1}{dt} + 4y_1 = 78x_1$ $265 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 6x_2$ $67y_3 = 670x_3$ $45 \frac{d^2 y_4}{dt^2} = 450x_4$
68	$4 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 8,2 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 44x_1$ $65 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 43x_2$ $7 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 54 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 48x_3$ $65y_4 = 650x_4$
69	$5,1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = 51x_1$ $65 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 12,3 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 11x_2$ $58 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 16x_3$ $6y_4 = 60x_4$
70	$3y_1 + 7y_1 = 80x_1 + 20x_1$ $45 \frac{d^3 y_2}{dt^3} + 66 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 3,2 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 64x_2$ $100 \frac{d^2 y_3}{dt^3} = 50x_3$ $42 \frac{dy_4}{dt} = 84 \frac{dx_4}{dt}$
71	$800 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 54x_1$ $65 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 78 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 100x_2$ $700 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 78x_3$ $64y_4 = 640 \frac{dx_4}{dt}$

72	$54 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 65y_1$ $34 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 5,1 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 43x_2$ $67 \frac{d^2 y_3}{dt^2} = 134x_3$ $55y_4 = 550x_4$
73	$43 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 65 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 98x_1$ $0,03y_2 = 30x_2$ $78 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 12 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 75x_3$ $5 \frac{dy_4}{dt} = 50x_4$
74	$13 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 50x_1$ $8 \frac{dy_2}{dt} = 64x_2$ $5y_3 = 5x_3$ $4,2 \frac{d^3 y_4}{dt^3} + 4,2 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 4,2 \frac{dy_4}{dt} + 4,2y_4 = 4,2x_4$
75	$77 \frac{dy_1}{dt} = 770x_1$ $5,5 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + 6,6 \frac{dy_2}{dt} + 1,1y_2 = 7,7x_2$ $0,8 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 45 \frac{dy_3}{dt} = 4x_3$ $10y_4 = 20x_4$
76	$3 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 65x_1$ $44 \frac{dy_2}{dt} = 440x_2$ $58y_3 = 116x_3$ $55y_4 = 550 \frac{dx_4}{dt}$
77	$378 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 64 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 2x_1$ $55 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 11x_2$ $68y_3 = 136x_3$ $10y_4 = 100x_4$

78	$68y_1 = 6,8 \frac{dx_1}{dt}$ $10y_2 = 110x_2$ $5 \frac{dy_3}{dt} = 50x_3$ $40 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 70x_4$
79	$500 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 65 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 75x_1$ $0,07y_2 = 70x_2$ $8,3 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 11x_3$ $90y_4 = 900x_4$
80	$1,2 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 24x_1$ $0,7y_2 = 70x_2$ $235 \frac{dy_3}{dt} = 235x_3$ $69 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 45x_4$
81	$90y_1 = 900x_1$ $12y_2 + 8y_2 = 200 \frac{dx_2}{dt}$ $5 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 78x_3$ $100 \frac{dy_4}{dt} = 100x_4$
82	$9,6 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 76x_1$ $45 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 50x_2$ $6,2 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = x_3$ $35y_4 = 350x_4$
83	$7,2 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 8,4x_1$ $32 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 64x_2$ $55 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 550x_3$ $y_4 = x_4$

84	$68 \frac{dy_1}{dt} + 38y_1 = 60x_1$ $1 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 36 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = x_2$ $3y_3 = 9x_3$ $84y_4 = 420x_4$
85	$9 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 6x_1$ $3 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 8 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 3x_2$ $6y_3 + 4y_3 = 100x_3$ $y_4 = x_4$
86	$86 \frac{d^2y_1}{dt^2} + 86 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 86x_1$ $68 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 68x_2$ $98y_3 = 98x_3$ $89y_4 = 89x_4$
87	$19 \frac{d^2y_1}{dt^2} + 97 \frac{dy_1}{dt} + 09y_1 = 28x$ $200 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 0 \frac{dy_2}{dt} + 0,2y_2 = 19x_2$ $19y_3 + 63y_3 = 11x_3 + 12x_3$ $1,9y_4 + 5,7y_4 = 3x_4 + 4x_4$
88	$0,08 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 65x_1$ $58 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 3x_2$ $8954 \frac{dy_3}{dt} + 36y_3 = 8x_3$ $55y_4 = 550x_4$
89	$9,1y_1 = 18,2x_1$ $10 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 65x_2$ $127 \frac{d^2y_3}{dt^2} + 369 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 384,2x_3$ $75 \frac{dy_4}{dt} = 75x_4$

90	$98 \frac{dy_1}{dt} + 83 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 870x_1$ $33 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 63x_2$ $564 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 72x_3$ $333y_4 = 3333x_4$
91	$45 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 18 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 13x_1$ $0,6 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 54x_2$ $442y_3 = 1000x_3 - 58y_3$ $3,2y_4 = 6,4 \frac{dy_4}{dt}$
92	$15 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 6,4 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 106x_1$ $92 \frac{dy_2}{dt} + 54y_2 = 18x_2$ $0,09 \frac{d^2 y_3}{dt^2} = 180x_3$ $85 \frac{dy_4}{dt} = 170 \frac{dx_4}{dt}$
93	$95y_1 = 190x_1$ $54 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 77x_2$ $0,4 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 45x_3$ $45y_4 = 450x_4$
94	$0,08 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 53x_1$ $66 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = x_2$ $0,09y_3 = 90x_3$ $78 \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 88 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 790x_4$
95	$11 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 4x_1$ $0,85 \frac{dy_2}{dt} = 0,85x_2$ $14 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + 56 \frac{dy_3}{dt} + y_3 = 67x_3$ $96y_4 = 960x_4$

96	$5,2y_1 = 10,4 \frac{dx_1}{dt}$ $7,8 \frac{d^2y_2}{dt^2} + 95 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 7x_2$ $10y_3 = 100x_3$ $85 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 12x_4$
97	$900 \frac{d^3y_1}{dt^3} + 600 \frac{dy_1}{dt} = 100x_1$ $0,05 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 44x_4$ $84y_3 = 84x_3$ $8,5y_4 = 17 \frac{dx_4}{dt}$
98	$95 \frac{d^2y_1}{dt^2} + 85 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 55x_1$ $6,8 \frac{dy_2}{dt} = 136x_2$ $0,86y_3 = 0,086x_3$ $3 \frac{d^2y_4}{dt^2} + 7 \frac{dy_4}{dt} + y_4 = 0,46x_4$
99	$100 \frac{dy_1}{dt} + y_1 = 68x_1$ $54,2 \frac{dy_2}{dt} + y_2 + 12x_2$ $0,05y_3 = 50x_3$ $74 \frac{dy_4}{dt} + \frac{dy_4}{dt} = 750x_4$ $3,1y_4 = 34x_4$
100	$98y_1 = 98x_1$ $100 \frac{dy_2}{dt} + y_2 = 50x_2$ $0,04 \frac{dy_3}{dt} + 64y_3 = 80x_3$ $0,03 \frac{d^2y_4}{dt^2} + y_4 = x_4$

Рассмотрим вариант задания, включающий следующие исходные уравнения:

$$5y_1 = 10x_1$$

$$3\frac{d^2y_2}{dt^2} + 2\frac{dy_2}{dt} + y_2 = 10x_2$$

$$5\frac{d^2y_3}{dt^2} + 10\frac{dy_3}{dt} + y_3 = 3x_3$$

$$7\frac{dy_4}{dt} + y_4 = 6\frac{dx_4}{dt}$$

Для этих уравнений можно записать:

$$W_1(p) = \frac{y_1(p)}{x_1(p)} = \frac{10}{5} = 2$$

$$W_2(p) = \frac{y_2(p)}{x_2(p)} = \frac{10}{3p^2 + 2p + 1}$$

$$W_3(p) = \frac{y_3(p)}{x_3(p)} = \frac{3}{5p^2 + 10p + 1}$$

$$W_4(p) = \frac{y_4(p)}{x_4(p)} = \frac{6p}{7p + 1}$$

Теперь необходимо заняться преобразованием заданной структурной схемы. Для выполнения этой части задания необходимо знать три правила преобразования схем соединения элементов : параллельное, последовательное и с обратной связью (рис.6).

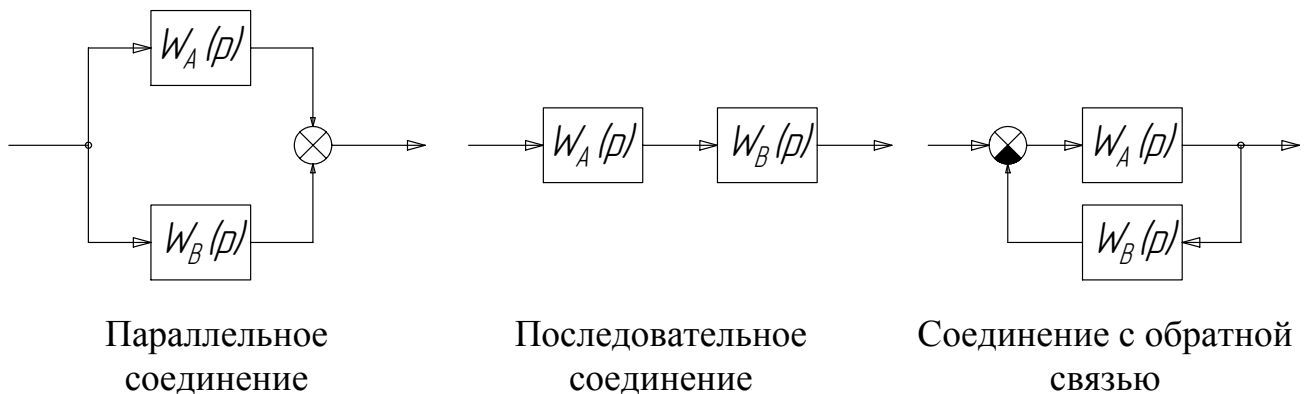


Рис.6. Иллюстрация различных схем соединения элементов структурных схем.

Параллельное соединение нескольких звеньев заменяется их алгебраической суммой, последовательное - произведением, соединение с обратной связью - результатом расчета по формуле:

$$W(p) = \frac{W_a(p)}{1 \pm W_a(p)W_b(p)}$$

При этом знак «+» в знаменателе последней формулы соответствует отрицательной обратной связи, знак «-» - положительной.

В соответствии с заданием исходная схема имеет вид:

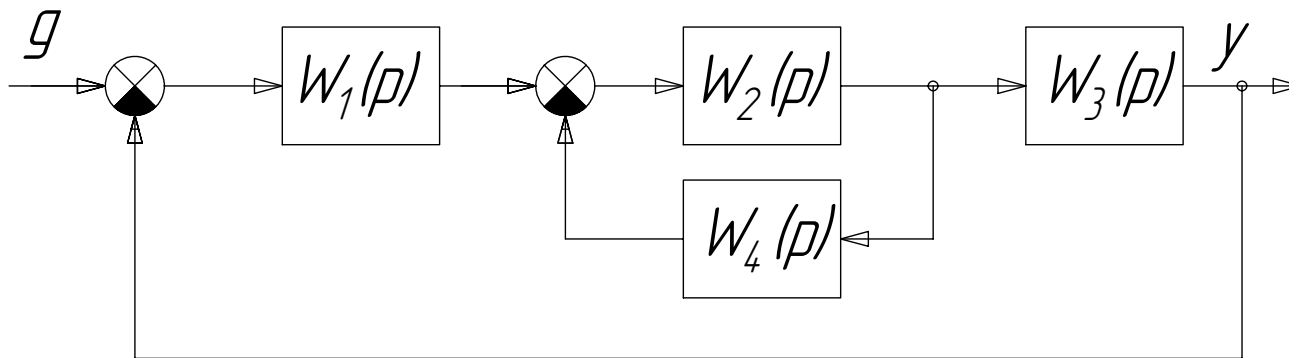
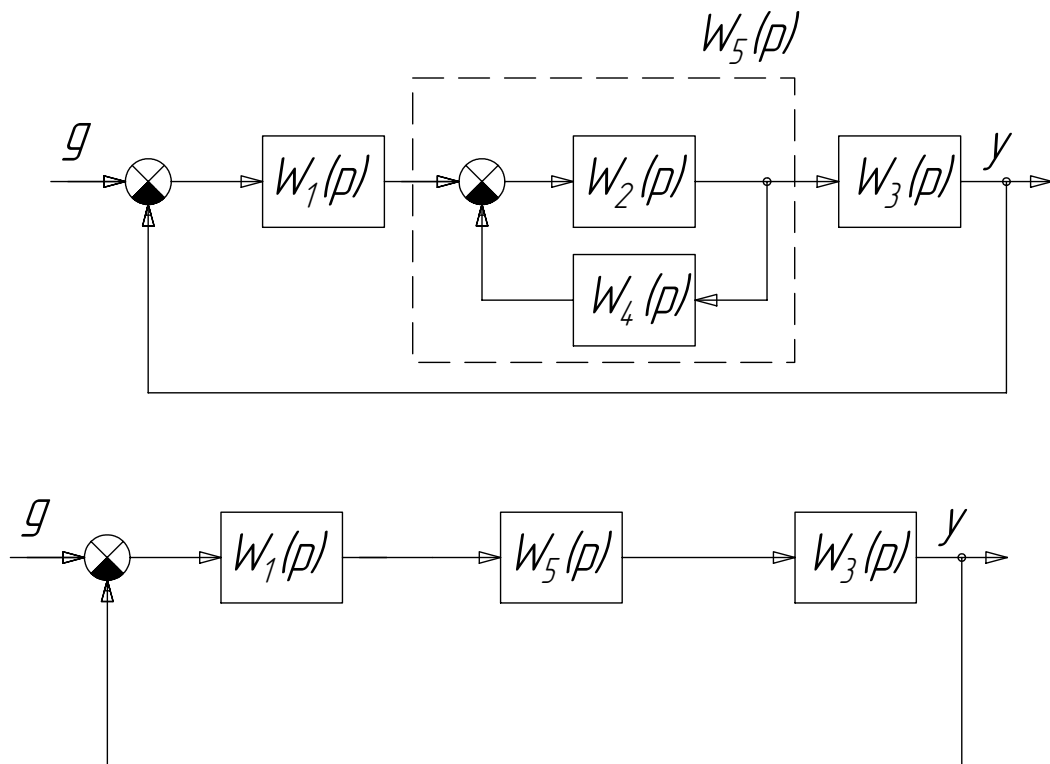


Рис. 7. Исходная структурная схема САУ.

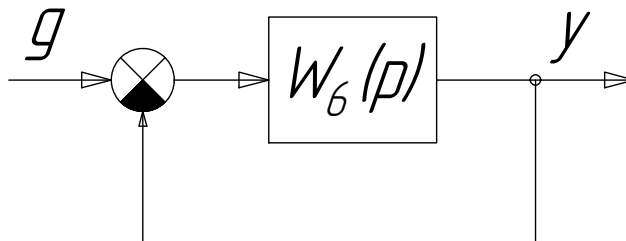
В этой схеме фрагмент соединения звеньев $W_2(P)$ и $W_4(P)$ может быть заменен одним звеном с передаточной функцией $W_5(P)$, как показано на рис.8а.

а)



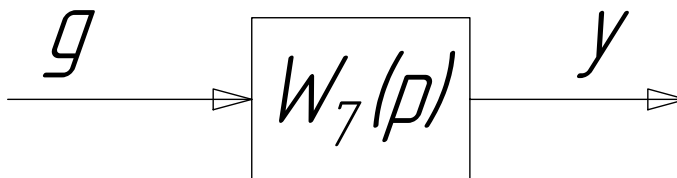
$$W_5(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_2(p)W_4(p)}$$

б)



$$W_6(p) = W_1(p)W_5(p)W_3(p)$$

в)



$$W_7(p) = \frac{W_6(p)}{1 + W_6(p)}$$

Рис.8. Этапы преобразования структурной схемы САУ.

Далее преобразуется фрагмент последовательного соединения $W_1(P)$, $W_5(P)$ и $W_3(P)$ - рис.8б, а затем учитывается общая единичная обратная связь - рис.8в.

В полученные выражения для нахождения $W_5(P)$, $W_6(P)$ и $W_7(P)$ следует подставить ранее найденные значения передаточных функций. В нашем примере это будет выглядеть так:

$$\begin{aligned}
W_5(p) &= \frac{W_2(p)}{1+W_2(p)W_4(p)} = \frac{\frac{10}{3p^2+2p+1}}{1+\frac{10}{3p^2+2p+1} \cdot \frac{6p}{7p+1}} = \\
&= \frac{10(3p^2+2p+1)(7p+1)}{(3p^2+2p+1)[(3p^2+2p+1)(7p+1)+60p]} = \frac{70p+10}{21p^3+17p^2+69p+1} \\
W_6(p) &= W_1(p)W_5(p)W_3(p) = 2 \cdot \frac{70p+10}{21p^3+17p^2+69p+1} \cdot \frac{3}{5p^2+10p+1} = \\
&= \frac{420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1} \\
W_7(p) &= \frac{W_6(p)}{1+W_6(p)} = \frac{\frac{420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1}}{1+\frac{420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1}} = \\
&= \frac{\frac{420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1}}{\frac{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1+420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+79p+1}} = \frac{420p+60}{105p^5+295p^4+536p^3+712p^2+499p+61}
\end{aligned}$$

Полученное математическое выражение в виде передаточной функции $W_7(P)$ представляет собой математическое описание САУ по задающему воздействию.

Для определения устойчивости САУ необходимо произвести анализ этого выражения с помощью заданного критерия. С этой целью необходимо выписать знаменатель полученной передаточной функции, приравнять его к нулю (сформировав, таким образом характеристическое уравнение) и выполнить последовательность операций, предписываемую критерием.

Следует иметь в виду, что на вопрос об устойчивости какой-то определенной системы все критерии дают один и тот же ответ. САУ не может быть устойчивой по одному критерию и неустойчивой по другому. И второе: все критерии устойчивости обладают примерно одинаковой трудоемкостью. В науке существует и всегда существовал принцип естественного отбора. И если бы какой-то критерий оказался лучше других, то исследователи сразу же переключились бы на использование этого критерия, отказавшись от остальных. А многообразие существующих на сегодня критериев устойчивости связано со спецификой рассматриваемых задач и удобством использования в конкретных случаях.

Итак, выписывая знаменатель $W_7(P)$ рассматриваемого примера и приравнявая его к нулю, получаем характеристическое уравнение:

$$105p^5 + 295p^4 + 536p^3 + 712p^2 + 499p + 61 = 0$$

Как видим, коэффициенты этого уравнения в основном являются трехзначными числами. При многократной записи этих чисел и проведения с ними арифметических действий (даже на калькуляторе!) вероятность механической ошибки остается высокой. Поэтому можно рекомендовать одновременное деление всех коэффициентов характеристического уравнения на одно и то же число. Для нашего примера это может быть, например, число 61, являющееся свободным членом уравнения. После деления и округления результатов характеристическое уравнение примет вид:

$$1,7p^5 + 4,8p^4 + 8,8p^3 + 11,7p^2 + 8,2p + 1 = 0$$

Произведем оценку устойчивости системы, описываемой полученным характеристическим уравнением, с помощью всех трех критериев.

ВНИМАНИЕ! Перед использованием критериев устойчивости необходимо обратить внимание на знаки членов характеристического уравнения. Все члены уравнения должны иметь один и тот же знак. Если это требование не выполняется, то исследуемая система является неустойчивой и необходимость дальнейших вычислений отпадает. Если же члены характеристического уравнения имеют один знак, то окончательный ответ об устойчивости даст исследование САУ по критерию.

Критерий Рауса

Для использования критерия Рауса необходимо составить специальную матрицу. В первую строку матрицы выписываются все коэффициенты характеристического уравнения, начиная с первого, через один. В нашем примере такими коэффициентами будут: 1,7; 8,8 и 8,2. Во вторую строку записываются оставшиеся коэффициенты: 4,8; 11,7 и 1. В третью и последующие строки матрицы записываются коэффициенты, значения которых необходимо рассчитать. Первый (самый левый) неизвестный коэффициент рассчитывается как дробь, в числителе которой содержится разность произведений первого коэффициента второй строки на второй коэффициент первой и первого коэффициента первой строки на второй коэффициент второй. В знаменателе дроби находится первый коэффициент второй строки.

Второй неизвестный коэффициент рассчитывается как дробь, в числителе которой содержится разность произведений первого коэффициента второй строки на третий коэффициент первой и первого коэффициента первой строки на третий коэффициент второй. В знаменателе дроби опять находится первый коэффициент второй строки.

Третий неизвестный коэффициент рассчитывается как дробь, в числителе которой содержится разность произведений первого коэффициента второй

строки на четвертый коэффициент первой (в нашем случае - нуль) и первого коэффициента первой строки на четвертый коэффициент второй (в нашем случае - опять нуль). Знаменатель дроби остается прежним.

Аналогично находятся остальные неизвестные коэффициенты строк, если они, конечно, существуют.

При расчете неизвестных коэффициентов четвертой строки алгоритм сохраняется, однако теперь во внимание принимаются коэффициенты второй и третьей строк. Аналогично, со смещением на одну строку вниз, рассчитываются коэффициенты последующих строк матрицы.

$$\begin{array}{|ccc} 1,7 & 8,8 & 8,2 \\ 4,8 & 11,7 & 1 \\ a_1 = 4,7 & a_2 = 7,9 & a_3 = 0 \\ b_1 = 3,6 & b_2 = 1 & b_3 = 0 \\ c_1 = 6,6 & c_2 = 0 & c_3 = 0 \\ d_1 = 1 & d_2 = 0 & d_3 = 0 \end{array}$$

$$a_1 = \frac{4,8 \cdot 8,8 - 1,7 \cdot 11,7}{4,8} = 4,7$$

$$a_2 = \frac{4,8 \cdot 8,2 - 1,7 \cdot 1}{4,8} = 7,9$$

$$a_3 = \frac{4,8 \cdot 0 - 1,7 \cdot 0}{4,8} = 0$$

$$b_1 = \frac{4,7 \cdot 11,7 - 4,8 \cdot 7,9}{4,7} = 3,6$$

$$b_2 = \frac{4,7 \cdot 1 - 4,8 \cdot 0}{4,7} = 1$$

$$b_3 = \frac{4,7 \cdot 0 - 4,8 \cdot 0}{4,7} = 0$$

$$c_1 = \frac{3,6 \cdot 7,9 - 4,7 \cdot 1}{3,6} = 6,6$$

$$c_2 = \frac{3,6 \cdot 0 - 4,7 \cdot 0}{3,6} = 0$$

$$c_3 = \frac{3,6 \cdot 0 - 4,7 \cdot 0}{3,6} = 0$$

$$d_1 = \frac{6,6 \cdot 1 - 3,6 \cdot 0}{6,6} = 1$$

$$d_2 = \frac{6,6 \cdot 0 - 3,6 \cdot 0}{6,6} = 0$$

$$d_3 = \frac{6,6 \cdot 0 - 3,6 \cdot 0}{6,6} = 0$$

Количество строк матрицы должно на единицу превышать максимальную степень характеристического уравнения. В нашем примере

характеристическое уравнение содержит оператор «Р» в пятой степени, поэтому в составляемой матрице должно быть 6 строк.

В соответствии с критерием Рауса система является устойчивой, если все коэффициенты первого столбца матрицы положительны. В нашем примере первый столбец составляют числа: 1,2; 4,8; 4,7; 3,6; 6,6 и 1. Все эти коэффициенты положительны, следовательно, САУ является устойчивой.

Критерий Гурвица.

При использовании критерия Гурвица первым шагом является составление специального определителя. Последовательность составления определителя можно запомнить следующим образом. В левый верхний угол определителя (в месте расположения члена первой строки первого столбца) записывается второй коэффициент характеристического уравнения. А далее по диагонали от него записываются все остальные коэффициенты характеристического уравнения, следующие в нем слева направо. Затем следует заполнить оставшиеся места определителя. Вниз от каждого записанного коэффициента диагонали заносятся коэффициенты, находящиеся в уравнении слева от него. А вверх - коэффициенты, находящиеся в уравнении справа от диагонального коэффициента.

В таком случае определитель Гурвица для нашего примера будет иметь вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 & 1 & 0 & 0 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 & 0 & 0 \\ 0 & 4,8 & 11,7 & 1 & 0 \\ 0 & 1,7 & 8,8 & 8,2 & 0 \\ 0 & 0 & 4,8 & 11,7 & 1 \end{vmatrix}$$

Для того, чтобы дать ответ об устойчивости САУ по критерию Гурвица, необходимо вычислить значения диагональных миноров и обратить внимание на их знаки. Диагональные миноры формируются из главного определителя посредством «вырезания» из его левого верхнего угла определителей низших порядков:

$$\Delta_1 = 4,8$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 \\ 1,7 & 8,8 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 & 1 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 \\ 0 & 4,8 & 11,7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 & 1 & 0 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 & 0 \\ 0 & 4,8 & 11,7 & 1 \\ 0 & 1,7 & 8,8 & 8,2 \end{vmatrix}$$

При оценке устойчивости по критерию Гурвица необходимо располагать диагональными минорами, в количестве, на единицу меньшем порядка характеристического уравнения. Таким образом, в нашем примере необходимо сформировать 4 диагональных минора.

Для нахождения значений диагональных миноров необходимо воспользоваться любыми известными правилами раскрытия определителей. По отношению к рассматриваемому примеру диагональные миноры могут быть раскрыты следующим образом:

$$\Delta_1 = 4,8 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 \\ 1,7 & 8,8 \end{vmatrix} = 4,8 \cdot 8,8 - 1,7 \cdot 11,7 = 42,24 - 19,89 = 22,4 > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 & 1 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 \\ 0 & 4,8 & 11,7 \end{vmatrix} = 4,8 \cdot 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 8,8 & 8,2 \\ 4,8 & 11,7 \end{vmatrix} + 1,7 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 11,7 & 1 \\ 4,8 & 11,7 \end{vmatrix} =$$

$$= 4,8 \cdot (102,9 - 39,36) - 1,7 \cdot (136,9 - 4,8) = 4,8 \cdot 63,54 - 1,7 \cdot 132,1 = 304,9 - 224,6 = 80,3 > 0$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 4,8 & 11,7 & 1 & 0 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 & 0 \\ 0 & 4,8 & 11,7 & 1 \\ 0 & 1,7 & 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} = 4,8 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 8,8 & 8,2 & 0 \\ 4,8 & 11,7 & 1 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} + 1,7 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 11,7 & 1 & 0 \\ 4,8 & 11,7 & 1 \\ 1,7 & 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} =$$

$$= 4,8 \cdot \left[8,8 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 11,7 & 1 \\ 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} + 4,8 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 8,2 & 0 \\ 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} + 1,7 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 8,2 & 0 \\ 11,7 & 1 \end{vmatrix} \right] -$$

$$- 1,7 \cdot \left[11,7 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 11,7 & 1 \\ 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} + 4,8 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 8,8 & 8,2 \end{vmatrix} + 1,7 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 11,7 & 1 \end{vmatrix} \right] =$$

$$= 4,8 \cdot [8,8 \cdot (95,94 - 8,8) - 4,8 \cdot (67,24 - 0) + 1,7 \cdot (8,2 - 0)] -$$

$$- 1,7 [11,7 \cdot (95,94 - 8,8) - 4,8(8,2 - 0) + 1,7 \cdot (1 - 0)] =$$

$$= 4,8 \cdot [766,83 - 322,75 + 13,94] - 1,7 \cdot [1019,54 - 39,36 + 1,7] = 4,8 \cdot 458,02 - 1,7 \cdot 981,88 =$$

$$= 2198,49 - 1669,19 = 469,29 > 0$$

В соответствии с критерием Гурвица САУ признается устойчивой, если все диагональные миноры положительны. В нашем примере полученные ответы свидетельствуют об устойчивости системы.

Критерий Михайлова

Критерий Михайлова относится к категории частотных методов исследования. При использовании этого критерия необходимо представить характеристическое уравнение САУ в частотной форме. Для этого алгебраический оператор «Р» во всех членах характеристического уравнения следует заменить на частотный оператор « $j\omega$ », где j - показатель мнимого числа;

$j = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота, рассматриваемая в диапазоне от 0 до $+\infty$.

При выполнении вышеуказанной замены аргумент ($j\omega$) придется возводить в различную степень. При этом во избежании алгебраических ошибок целесообразно обращаться к заблаговременно составленной записи:

$$(j\omega)^1 = j\omega$$

$$(j\omega)^2 = j\omega j\omega = -\omega^2$$

$$(j\omega)^3 = (-\omega^2) j\omega = -j\omega^3$$

$$(j\omega)^4 = -j\omega^3 j\omega = \omega^4$$

$$(j\omega)^5 = \omega^4 j\omega = j\omega^5$$

$$(j\omega)^6 = j\omega^5 j\omega = -\omega^6$$

и т.д.

Легко заметить, что, начиная с $(j\omega)^5$, правые части этой записи повторяются, отличаясь между собой только показателями степени при ω .

С учетом замены операторов «Р» на операторы « $j\omega$ » характеристическое уравнение нашего примера примет вид:

$$1,7(j\omega)^5 + 4,8(j\omega)^4 + 8,8(j\omega)^3 + 10,7(j\omega)^2 + 8,2(j\omega) + 1 = 0$$

или

$$1,7 j\omega^5 + 4,8\omega^4 - 8,8 j\omega^3 - 10,7\omega^2 + 8,2 j\omega + 1 = 0$$

Выпишем отдельно члены характеристического уравнения в частотной форме, представляющие действительную и мнимую составляющие:

$$\text{Действительная составляющая } \text{Re}(\omega) = 4,8 \omega^4 - 10,7 \omega^2 + 1$$

$$\text{Мнимая составляющая } \text{Im}(\omega) = 1,7 \omega^5 - 8,8 \omega^3 + 8,2 \omega$$

Показатель мнимого числа « j » в составе мнимой составляющей $\text{Im}(\omega)$ не записывается.

Следующим шагом исследования является построение годографа - кривой линии на комплексной плоскости, которая образуется посредством соединения концов векторов с координатами $\text{Re}(\omega)$ и $\text{Im}(\omega)$, отложенных при ряде частот ω в диапазоне от 0 до ∞ . Синонимом годографу является амплитудно-фазочастотная характеристика. Если соединить любую точку на этом годографе с началом координат, то длина полученного вектора будет являться амплитудой, угол между вектором и положительной частью вещественной оси - фазой, а сама анализируемая точка соответствовать определенной частоте. Для облегчения процедуры построения годографа целесообразно составить и заполнить следующую таблицу:

ω	0	∞
$\text{Re}(\omega)$
$\text{Im}(\omega)$

При выборе значений частот ω необходимо учитывать два фактора. Во-первых, частоты должны быть такими, чтобы при изображении годографа на комплексной плоскости все его качественные характеристики были бы отчетливо видны. Во-вторых, подставляемые значения частот по возможности должны легко возводиться в степень, перемножаться и т.д. Для удовлетворения этому требованию частоты должны определяться простыми числами: 1, 2, 3, 4... или числами, кратными 10: 1, 0,1, 0,01, 10, 100, 1000...

Для нашего примера можно записать:

ω	0	0,1	1,0	1,2	1,4	1,5
$\text{Re}(\omega)$	1	0,88	-5,90	-5,89	-3,49	-1,03
$\text{Im}(\omega)$	0	0,81	1,10	-1,14	-3,52	-4,49

1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	10,0	∞
2,51	7,28	13,48	21,32	31,00	46.831	∞
-5,09	-5,16	-4,4	-2,69	0,40	161.282	∞

В соответствии с критерием Михайлова САУ признается устойчивой, если годограф, построенный по ее характеристическому уравнению, начинается на положительной части вещественной оси, движется против часовой стрелки и последовательно проходит число квадрантов, равное степени характеристического уравнения.

Следовательно, для устойчивости рассматриваемой в нашем примере САУ годограф должен иметь вид, показанный на рис. 9. Годограф должен начинаться (при $\omega=0$) на положительной части вещественной оси, при

увеличении ω от 0 до ∞ должен двигаться против часовой стрелки (то есть последовательно проходить по первому, второму, третьему, четвертому и пятому квадранту) и при $\omega \rightarrow \infty$ уходить в бесконечность в пятом квадранте.

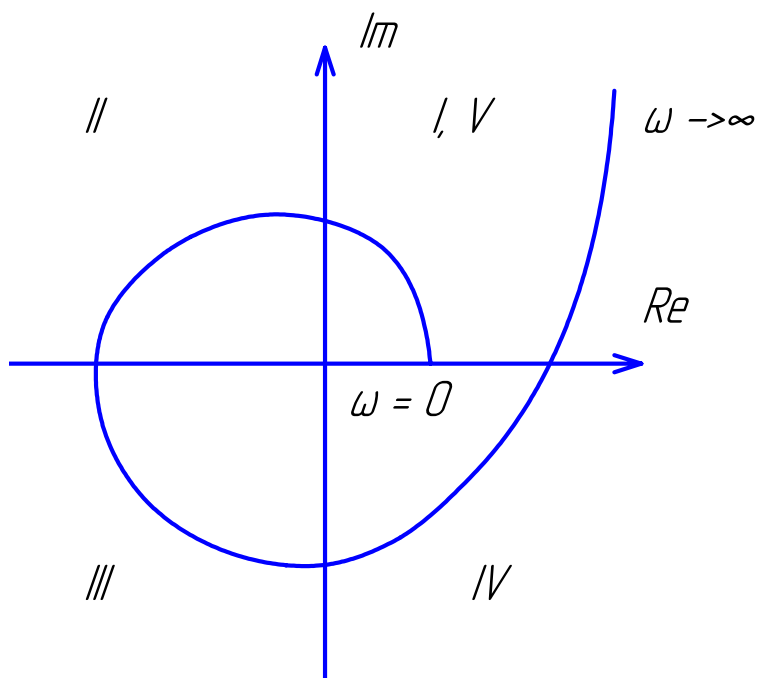


Рис. 9. Общий вид годографа, соответствующего устойчивой системе пятого порядка

Проверим, соответствует ли годограф нашего примера требованиям к устойчивой САУ. Нанесем точки с координатами $Re(\omega)$ и $Im(\omega)$ из заполненной таблицы на комплексную плоскость и соединим их для образования годографа (рис.10).

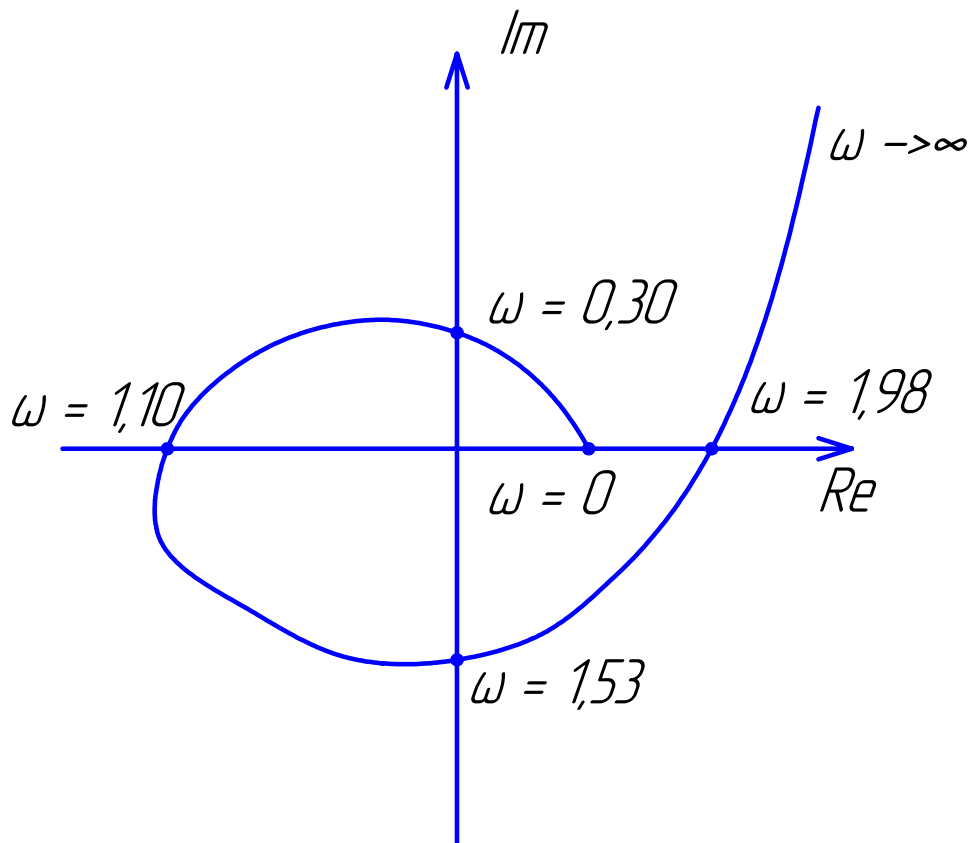


Рис.10. Комплексная плоскость с нанесенным на нее годографом исследуемой системы

Как видно из результатов построения, годограф в целом соответствует требованиям к устойчивости: начинается на положительной части вещественной оси, движется против часовой стрелки и проходит пять квадрантов. Вместе с тем только на основании отложенных точек мы не можем с уверенностью утверждать, что рассматриваемая система является устойчивой. К сожалению всегда остается вероятность того, что между рассмотренными точками окажутся такие, при которых годограф совершит «прыжок» в иной квадрант. При этом условие последовательного прохождения годографа через все квадранты комплексной плоскости не выполнится, и система окажется неустойчивой.

Для получения окончательного ответа на вопрос об устойчивости САУ целесообразно найти возможные точки пересечения годографа с осями комплексной плоскости. Пересечения с действительной (вещественной) осью находятся посредством решения уравнения, которое получается в результате приравнивания к нулю мнимой составляющей: $\text{Im}(\omega) = 0$. Приравнивать к нулю необходимо именно мнимую часть, так как она определяет ординату годографа.

$$1,7 \omega^5 - 8,8 \omega^2 + 8,2 \omega = 0$$

$$\omega (1,7 \omega^4 - 8,8 \omega^2 + 8,2) = 0$$

$$\omega_1 = 0$$

$$1,7\omega^4 - 8,8\omega^2 + 8,2 = 0$$

Последнее уравнение является биквадратным. Для его решения произведем замену ω^2 на x :

$$1,7x^2 - 8,8x + 8,2 = 0$$

В результате решения последнего квадратного уравнения получим:

$$\omega_2 = 1,98 \quad \omega_3 = 1,10$$

Для определения точек пересечения годографа с мнимой осью следует действительную составляющую $\text{Re}(\omega)$ приравнять к нулю. Приравнивание к нулю действительной составляющей обусловлено тем, что именно она определяет абсциссу годографа.

$$4,8\omega^4 - 11,7\omega^2 + 1 = 0$$

Аналогично предыдущему случаю получим:

$$\omega_4 = 1,53 \quad \text{и} \quad \omega_5 = 0,30$$

Таким образом, мы получили следующие значения частот, при которых годограф пересекает оси комплексной плоскости.

Пересечения с действительной осью: $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1,98$; $\omega_3 = 1,10$

Пересечения с мнимой осью: $\omega_4 = 1,53$; $\omega_5 = 0,3$.

Как видим, при возрастании частоты происходит поочередное пересечение годографом осей комплексной плоскости. Следовательно, годограф последовательно движется из квадранта в квадрант, не совершая каких-либо неординарных движений и выполняя требования к устойчивости системы.

В заключение дадим несколько советов по использованию литературы, включенной в нижеследующий указатель.

Основным учебником к изучению курса является издание [1]. Этот учебник включает в себя наиболее полные описания типовых технологических процессов, которые необходимы при выполнении первого задания контрольной работы. Именно поэтому подбор вариантов первого задания осуществляется только по этой книге.

Издание [2] - более новое. Оно проще, но в то же время менее полное, чем издание [1]. Этот учебник не может являться основным, так как предназначен для студентов средних специальных учебных заведений.

При работе над первым заданием могут оказаться полезными издания [4] и [6]. Учебный материал в названных изданиях изложен весьма доступным языком, однако они также не ориентированы на студентов вузов.

Для углубленного изучения материала курса, относящегося ко второму заданию, можно рекомендовать воспользоваться изданиями [3],[5] и [7]. Вместе с тем для формального решения контрольной работы материала настоящих методических указаний вполне достаточно.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бородин И.Ф., Судник Ю.А. Автоматизация технологических процессов.-М.: КолосС. 2003. – 343с.
2. Бородин И.Ф., Андреев С.А. Автоматизация технологических процессов и системы автоматического управления. М.: КолосС. 2005. – 352 с.
3. Власов К.П. Теория автоматического управления, Учебное пособие. Харьков: Издательство Гуманитарный центр, 2007, - 256с
4. Гальперин М.И. Автоматическое управление – М.: ИД; «ФОРУМ»; ИНФРА –М., 2007 – 224 с: ил. – (Профессиональное образование).
5. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1 Линейные системы – 2-е изд., испр. и доп.. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 312 с.
6. Рульнов А.А., Горюнов И.И., Евстафьев К.Ю. Автоматическое регулирование: Учебник, М.: ИНФРА – М, 2005. – 219 с. (среднепрофессиональное образование).
7. Теория автоматического управления: Учебник для вузов / С.Е.Душин, Н.С.Зотов, Д.Х.Имаев и др., Под ред. В.Б.Яковлева – 2-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 2005. – 567 с.: ил.